

Uma Rede Neural para Separabilidade Linear de Túneis Com e Sem Suporte em um Espaço de Feições Do Sistema Q

Paulo Gustavo Cavalcante Lins
Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA, plins@ufba.br

Tarcísio Barreto Celestino
THEMAG e Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, tbcelest@usp.br

Luiz Mateus Cotias Simões
Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA, luicotias@gmail.com

Leonardo Bonfim Reis
Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA, leonardobdreis@gmail.com

Antonio Martins Moreira Neto
Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA, antonionetomartins@yahoo.com.br

Ana Luísa Santos Luz
Universidade Federal da Bahia, Salvador - BA, anaaluisaa@gmail.com

Igor Almeida Sampaio
Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre - RS, ias97389@gmail.com

RESUMO: Redes neurais tipo perceptron de uma camada permitem realizar separabilidade linear no espaço de feições. No sistema Q o espaço de feições definido por $\{\log_{10}(Q), \log_{10}(De)\}$ possui reta que faz a separabilidade dos túneis com suporte e sem suporte. Uma rede neural tipo perceptron com uma camada foi treinada com a base de dados original do sistema Q para fazer esta separabilidade. Os pesos da rede neural podem ser convertidos nos coeficientes da equação de separabilidade. Uma segunda rede tipo perceptron de uma camada foi construída tomando um espaço de feições definido por $(\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\})$. O perceptron treinado neste espaço de feições tridimensional permitiu definir uma nova equação de separabilidade entre escavações de mesmo vão com e sem suporte para o sistema Q que pondera maciços que possuem características diferentes, porém o mesmo valor de Q.

PALAVRAS-CHAVE: Classificações Geomecânicas; Sistema Q; Redes Neurais.

1 INTRODUÇÃO

As redes neurais artificiais são modelos computacionais inspirados no funcionamento do sistema nervoso humano. As redes neurais artificiais aprendem a partir da experiência, representada por uma base de dados apropriada. No treinamento os pesos das conexões dos

neurônios matemáticos são ajustados, para melhor representar o conhecimento desejado.

Barton (1976) afirma: “O sistema Q é essencialmente um processo de ponderação, no qual os aspectos positivos e negativos de um maciço rochoso são avaliados. Uma reserva de experiência (registros de casos), que é baseada na experiência inicial, é pesquisada para tentar

encontrar as medidas de suporte mais apropriadas para as escavações e condições dos maciços rochosos. *Todo o procedimento provavelmente não é diferente do processo mental que ocorre quando se pede a um consultor de construção de túneis muito experiente suas recomendações de suporte.* Embora a avaliação da maioria dos parâmetros seja reconhecidamente subjetiva, o processo de seleção de suporte é organizado e razoavelmente consistente.”, de onde se pode observar uma similaridade entre as redes neurais artificiais e as classificações geomecânicas.

Um dos modelos de redes neurais mais simples é o perceptron de uma camada. Uma capacidade deste perceptron é fazer separabilidade linear em um espaço de feições.

No presente trabalho dois perceptrons de uma camada são utilizados para estudar representações para o sistema Q. A abordagem do presente trabalho é diferente da adotada por Cai e Kaiser (2006), que discutem a visualização dos pesos dos sistemas de classificação de maciços rochosos.

2 ESPAÇO DE FEIÇÕES

O conceito de classificação envolve o aprendizado de similaridades e diferenças de padrões que são abstrações de instâncias de objetos em uma população de objetos não idênticos. A associação entre padrões e suas causas são os tijolos com que se levantam as paredes do conhecimento científico (LOONEY, 1997).

Quando se determina que um objeto de uma população P pertence a uma sub-população S , se diz que um reconhecimento de padrões é realizado. O ato de reconhecer um objeto individual como único em uma classe é chamado identificação. Classificação é o processo de agrupar objetos em classes (sub-populações) de acordo com suas semelhanças ou similaridades percebidas. O estudo de reconhecimento de padrões inclui ambas as

operações, reconhecimento e classificação (LOONEY, 1997).

A aprendizagem é realizada por um sistema quando ele registra sua experiência em mudanças internas ao próprio sistema que causam mudanças no seu comportamento. Os seres humanos aprendem por experiência acumulando regras em várias formas como associações, tabelas, inequações, equações, relações, estruturas de dados, implicações lógicas, dentre outros. Classificação é uma forma de aprendizado que permite, partindo de atributos antecedentes, induzirem as classes que são consequentes. Raciocínio é o processo de aplicação de regras gerais, equações, relações, e partindo de uma coleção inicial de dados, fatos, ou similares, deduzir um resultado ou decisão. Reconhecimento é uma forma de raciocínio, enquanto classificação é uma forma de aprendizagem (LOONEY, 1997).

O processo de reconhecimento pode ser dito concreto, se o reconhecimento for baseado em medidas de atributo físicas. No mundo das ideias, padrões são baseados em cima de atributos de conceitos e modelos mentais; neste caso tem-se um reconhecimento abstrato de padrões (LOONEY, 1997).

Idealmente, um conjunto de feições usadas em uma decisão de classificação deveria ser estatisticamente independente, em que nenhuma das feições possa ser determinada em função de outra feição no conjunto, ou estimada delas por correlação (LOONEY, 1997).

O espaço de feições para uma população de objetos com N feições é tomado como o espaço vetorial Euclidiano E^N , de dimensão N . Algumas vezes o espaço de feições pode ser tomado em um hipercubo $[0, 1]^N$, de dimensão N , ou de forma mais geral $[a, b]^N$ (LOONEY, 1997).

3 SEPARABILIDADE LINEAR E REDES NEURAIS

Um modelo de um perceptron formado por um neurônio com duas entradas é representado na

Figura 1. A entrada escalar p é multiplicada pelo peso escalar w , para formar wp , um dos termos que é enviado para o somatório do neurônio. Uma outra entrada, 1, é multiplicada por um valor, b , “bias” ou “offset” e incluído no somatório do neurônio. Matematicamente, o termo de “bias” permitirá que o hiperplano de separabilidade não passe pela origem. O somatório do neurônio n , que pode ser referido como ativação do neurônio, ou *net input*, será enviada a uma função de transferência, ou função de ativação (HAGAN *et al.*, 2014).

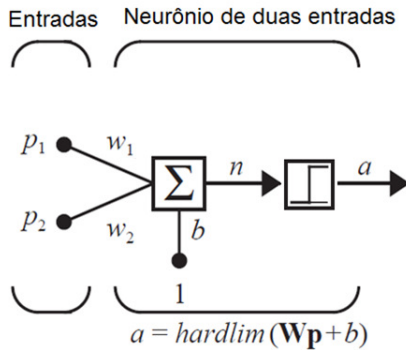


Figura 1. Perceptron com um neurônio e duas entradas (modificado de HAGAN *et al.*, 2014).

No processo de treinamento as entradas são apresentadas e propagadas na rede. O resultado é comparado com o valor desejado. Os pesos são ajustados para minimizar o erro da rede na representação de uma dada base de dados.

Usando uma função de transferência do tipo *hardlim* a saída da rede terá valor 0 ou 1. Isto divide o espaço de entrada em duas partes, conforme ilustrado na Figura 2. A linha azul representa todos os pontos onde a ativação n é igual a 0.

Note-se que a fronteira de decisão será sempre ortogonal ao vetor de pesos $\mathbf{W}$, e a posição da fronteira será deslocada por uma mudança em b .

A equação da fronteira de separabilidade pode ser escrita na forma:

$$p_2 = -\frac{w_1}{w_2} p_1 - \frac{b}{w_2} \quad (1)$$

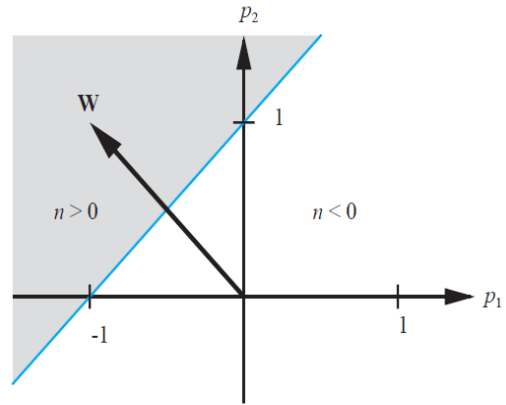


Figura 2. Fronteira de decisão do perceptron (HAGAN *et al.*, 2014).

4 SEPARABILIDADE NO SISTEMA Q

No sistema Q a definição do suporte é feita em um espaço de feições $\{\log_{10}(Q), \log_{10}(De)\}$, representado na Figura 3.

A separação dos túneis sem suporte é feita pelo limite da região 1 da Figura 3. Segundo Barton *et al.* (1974a, b) a equação da separabilidade é dada por:

$$De = 2 \cdot Q^{0,4} \quad (2)$$

Esta expressão pode ser linearizada na forma:

$$\log_{10}(De) = \log_{10}(2) + 0,4 \cdot \log_{10}(Q) \quad (3)$$

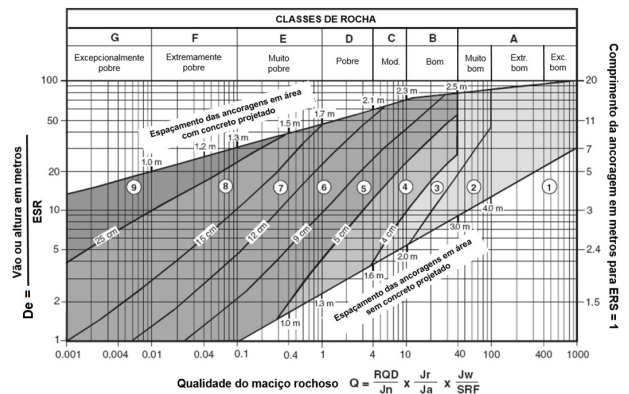


Figura 3. Recomendação de suporte permanente baseado no valor de Q (GRIMSTAD e BARTON, 1993).

5 UM PERCEPTRON COM DUAS ENTRADAS

Um modelo de perceptron foi concebido com duas entradas $\{\log_{10}(Q), \log_{10}(De)\}$ e uma saída representando a necessidade de suporte, sendo o valor 0 para caso sem suporte e valor 1 para caso com suporte. Este perceptron foi treinado com a base de dados original do sistema Q, apresentada em Barton *et al.* (1974a). Nesta base de dados constam 212 casos.

O uso do $\log_{10}$ pode ser entendido como uma primeira forma de normalização da base de dados. Uma segunda normalização dos dados foi realizada entre os limites de 0 e 1, utilizando os valores apresentados na Tabela 1. Para indicar os dados modificados pela segunda normalização se utiliza a notação “N2()”.

Tabela 1. Limites utilizados na segunda normalização.

Parâmetro	Mínimo	Máximo
Q	$\log_{10}(0,001)$	$\log_{10}(1000)$
De	$\log_{10}(0,75)$	$\log_{10}(100)$

O pacote de redes neurais do Matlab foi utilizado para realizar o treinamento do perceptron.

Os dados com duas normalizações foram utilizados no treinamento.

A Figura 4 apresenta o resultado do treinamento do perceptron com duas entradas, em espaço com as duas normalizações. Na Figura 4 está representada a equação de separabilidade original de Barton *et al.* (1974a, b) e a equação de separabilidade obtida com o treinamento do perceptron.

A equação de separabilidade original de Barton *et al.* (1974a, b) foi utilizada para definir os pesos e “bias” iniciais do perceptron. Nos testes iniciando pesos e “bias” de forma aleatória apresentaram por vezes resultados inconsistentes.

Para uma melhor compreensão, os resultados do treinamento foram convertidos para um espaço com apenas a normalização do $\log_{10}$, conforme pode ser observado na Figura 5.

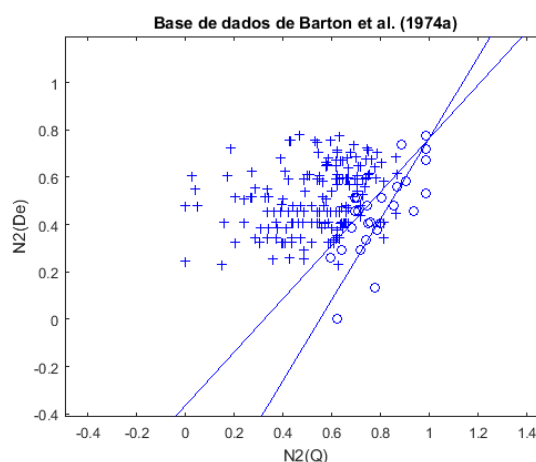


Figura 4. Resultado do treinamento do perceptron com duas entradas, em espaço com as duas normalizações (Legenda: ‘+’ são casos com suporte, ‘o’ são casos sem suporte).

No espaço representado na Figura 5 a equação da reta de separabilidade obtida pelo treinamento do perceptron possui forma:

$$\log_{10}(De) = -0,3103 + 0,4893 \cdot \log_{10}(Q) \quad (4)$$

Uma nova expressão para a separabilidade no sistema Q, baseada no treinamento do perceptron, é proposta na forma:

$$De = 0,49 \cdot Q^{0,61} \quad (5)$$

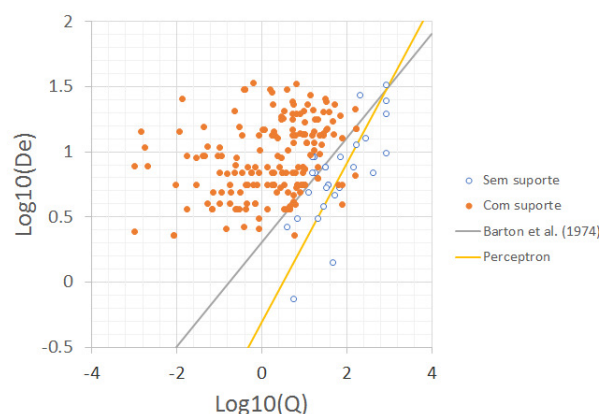


Figura 5. Resultado do treinamento do perceptron com duas entradas, em espaço com normalização de $\log_{10}$.

Este resultado utiliza o critério de

minimização de erros padrão do treinamento do pacote de redes neurais do Matlab. Caso seja utilizado outro critério de erro, a forma da equação de melhor separabilidade pode mudar.

Deve ser chamada a atenção que este não é um processo de ajuste de curvas a uma nuvem de pontos. Trata-se da busca da reta que separa duas sub-populações. A sub-população dos túneis sem suporte e a sub-população dos túneis com suporte.

6 UM PERCEPTRON COM TRÊS ENTRADAS

Uma segunda rede tipo perceptron de uma camada foi construída tomando como entrada um espaço de feições definido por $\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\}$ e tendo como saída um neurônio representando a existência ou não da necessidade de suporte.

A seleção deste espaço de feições foi feita tomando em conta que cada um dos quocientes do Sistema Q possui um significado. O primeiro quociente (RQD/J_n) representa a estrutura do maciço e é uma medida grosseira da dimensão dos blocos ou das partículas. O segundo quociente (J_r/J_a) representa as características de rugosidade e do atrito das paredes das discontinuidades. O terceiro quociente (J_w/SRF) representa o estado de tensão relativo da escavação.

A definição do espaço de feições a ser utilizado é uma atividade que conta com a liberdade de escolha que pode ser guiada pelo conhecimento específico da aplicação. Aplicando o logaritmo de base 10 nos dois lados da equação de Q e utilizando as propriedades do logaritmo, chega-se a expressão:

$$\log_{10}(Q) = \log_{10}\left(\frac{RQD}{J_n}\right) + \log_{10}\left(\frac{J_r}{J_a}\right) + \log_{10}\left(\frac{J_w}{SRF}\right) \quad (6)$$

Maciços rochosos com características diferentes podem possuir o mesmo valor de Q.

Entretanto, em um espaço de feições tridimensional definido por $\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\}$ podem ser identificadas diferentes feições do maciço para um mesmo valor de Q. A Figura 6 representa uma interpretação para um espaço de feições similar utilizado por Lins (2001).

Um valor constante de Q define um plano no espaço de feições tridimensional definido por $\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\}$, (ver Apêndice A). Na Figura 7 pode ser observada uma forma padrão de apresentação da equação de um plano. Sendo um ponto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ pertencente ao plano, e $[a_1 \ a_2 \ a_3]$ um vetor normal ao plano, a equação do plano pode ser dada por:

$$a_1 \cdot (x - x_0) + a_2 \cdot (y - y_0) + a_3 \cdot (z - z_0) = 0 \quad (7)$$

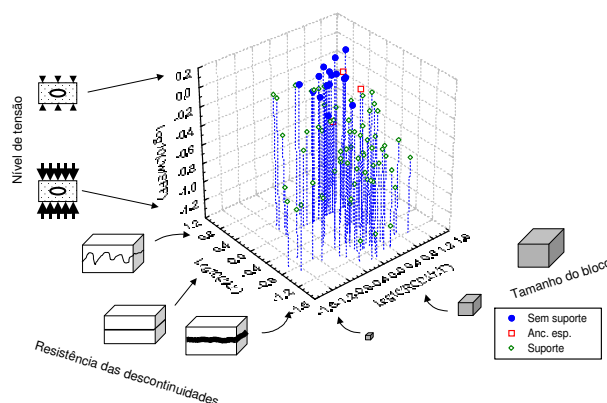


Figura 6. Espaço de feições tridimensional para o sistema Q proposto por Lins (2001).

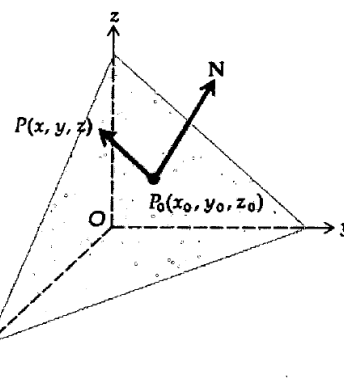


Figura 7. Forma padrão da equação de um plano (Leithold, 1994).

No caso da representação do sistema Q como um perceptron os termos do vetor $[a_1 \ a_2 \ a_3]$ são os pesos da rede $\mathbf{W} = [w_1 \ w_2 \ w_3]$. No sistema Q o plano de separabilidade é perpendicular a um eixo, equidistante dos eixos do sistema de referência (ver Apêndice A), que será chamado aqui de “eixo hidrostático de Q”, os pesos da rede são $\mathbf{W} = [-1 \ -1 \ -1]$. Assim, $[a_1 \ a_2 \ a_3] = [-1 \ -1 \ -1]$.

Para um valor fixo de De a equação (2) define a separabilidade das escavações com e sem suporte por um valor de Q_h que será chamado de “Q hidrostático”. No Anexo A pode ser vista a demonstração que o ponto que define o plano de separabilidade $P_o(x_o, y_o, z_o) = P_o(\log_{10}(Q_h)/3, \log_{10}(Q_h)/3, \log_{10}(Q_h)/3)$. Assim, o termo de “bias” da rede, para a representação original do sistema Q, é $b = \log_{10}(Q_h)$.

Na representação original do sistema Q, a equação do plano de separabilidade, tomando a equação (7) e substituindo os pesos e “bias” é dada em forma igual a equação (6), conforme Apêndice A, com expressão:

$$\begin{aligned} & -1 \cdot \log_{10}\left(\frac{RQD}{J_n}\right) - 1 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_r}{J_a}\right) - 1 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_w}{SRF}\right) \\ & + 3 \cdot \frac{\log_{10}(Q_h)}{3} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

A forma geral da separabilidade no espaço tridimensional do sistema Q possui forma:

$$\begin{aligned} & w_1 \cdot \log_{10}\left(\frac{RQD}{J_n}\right) + w_2 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_r}{J_a}\right) \\ & + w_3 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_w}{SRF}\right) - b = 0 \end{aligned} \quad (9)$$

Um subconjunto da base de dados de Barton et al., (1974a) foi tomado, considerando apenas os casos com valores de De entre 8 e 12 metros. O centro deste intervalo está em $De = 10$ metros, que na equação de separabilidade de Barton et al., (1974a) equivale a um Q_h de 55,9,

conforme pode ser observado na Figura 8.

Os mesmos dados estão representados nas Figuras 9 e 10 para o espaço de feições $\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\}$. Neste espaço pode ser visto o plano que representa um valor de Q_h de 55,9.

Na Figura 8 pode ser observado que dois casos de túneis sem suporte estão classificados de forma incorreta, sendo que estes dois pontos estão próximos no gráfico.

Algo similar pode ser observado na vista apresentada na Figura 9, sendo que os dois pontos de valor de Q próximos, referem-se a características distintas, quando observados neste espaço.

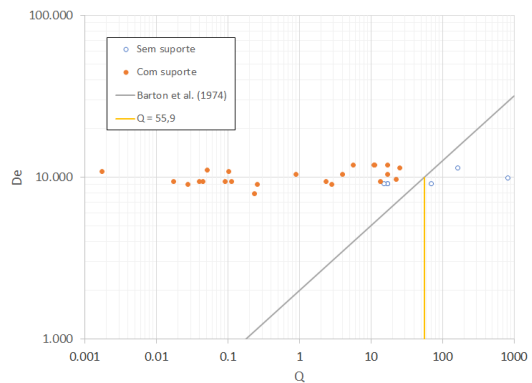


Figura 8. Subconjunto da base de dados de Barton et al., (1974a), considerando De entre 8 e 12 metros.

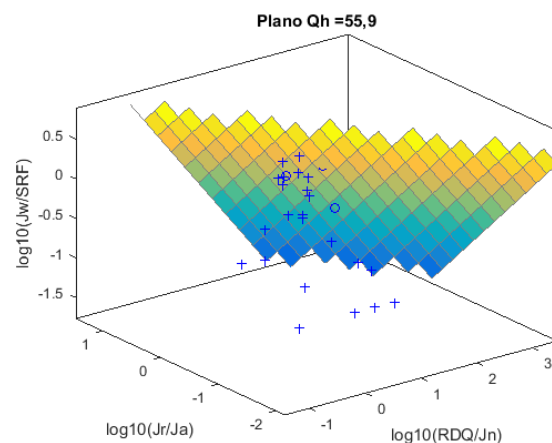


Figura 9. Subconjunto da base de dados de Barton et al., (1974a), considerando De entre 8 e 12 metros, no espaço de feições tridimensional, vista 1.

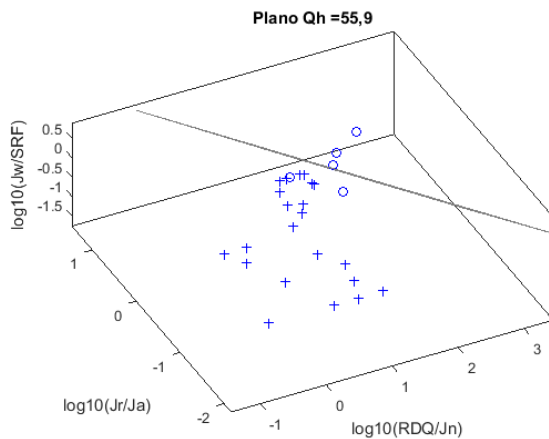


Figura 10. Subconjunto da base de dados de Barton et al., (1974a), considerando De entre 8 e 12 metros, no espaço de feições tridimensional, vista 2.

O perceptron com três entradas foi treinado utilizando o pacote de redes neurais do Matlab.

Neste modelo utilizou-se apenas uma normalização dos dados, utilizando-se o $\log_{10}$. Isto foi feito para que a equação (9) representasse diretamente o plano da separabilidade. Como pesos iniciais tomou-se $\mathbf{W} = [-1 \ -1 \ -1]$ e $b = \log_{10}(Q_h) = \log_{10}(55,9)$.

O resultado do treinamento pode ser observado nas Figuras 11 e 12 que mostram o plano de $Q = 55,9$ e o plano de separabilidade do perceptron treinado.

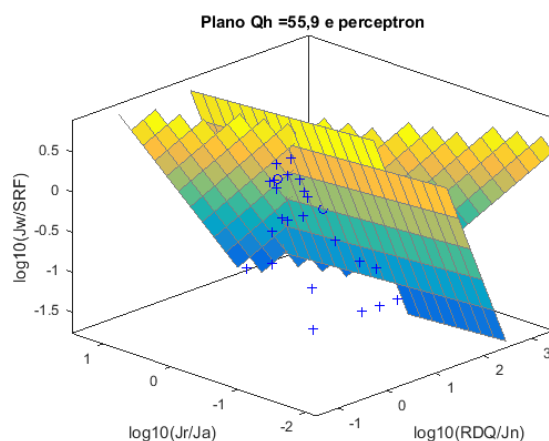


Figura 11. Plano de $Q = 55,9$ e plano de separabilidade do perceptron treinado, vista 1.

Na Figura 12 pode-se perceber que pelo menos um dos pontos classificados

anteriormente de forma inapropriada está próximo do plano de separabilidade.

Nos valores de inicialização da rede o ponto considerado era equidistante dos eixos. Tendo um valor associado ao Q que limita a necessidade de suporte para um valor de De . O resultado do treinamento padrão do perceptron do Matlab não mantém esta propriedade.

Os pesos do perceptron treinado foram $\mathbf{W} = [-10,1231 \ -0,3123 \ -5,6718]$ e o termo de “bias” $b = 14,7474$.

A equação do plano de separabilidade do perceptron treinado possui forma:

$$\begin{aligned} & -10,1231 \cdot \log_{10}\left(\frac{RDQ}{J_n}\right) - 0,3123 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_r}{J_a}\right) \\ & - 5,6718 \cdot \log_{10}\left(\frac{J_w}{SRF}\right) - 14,7474 = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Assim pode-se perceber que com o perceptron treinado encontra-se um plano de separabilidade diferente do plano original do sistema Q .

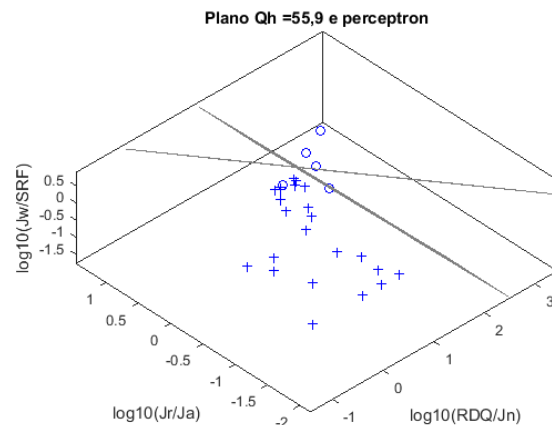


Figura 12. Plano de $Q = 55,9$ e plano de separabilidade do perceptron treinado, vista 2.

7 CONCLUSÕES

Uma rede neural perceptron de uma camada e duas entradas representado $\{\log_{10}(Q),$

$\log_{10}(De)$ pode funcionar de forma similar a equação de separabilidade de escavações sem suporte do sistema Q. Este perceptron treinado forneceu uma nova forma da equação de separabilidade para o sistema Q.

Uma rede neural perceptron de uma camada e três entradas representando $\{\log_{10}(RQD/J_n), \log_{10}(J_r/J_a), \log_{10}(J_w/SRF)\}$, para uma faixa de valores de vão de escavação, separa as escavações com e sem suporte por um plano. O treinamento da rede pode fornecer uma separabilidade melhor neste espaço de feições.

No modelo de perceptron com três entradas, a forma padrão de treinamento da rede neural possui alguns inconvenientes. Os pesos do perceptron e o termo de “bias” mudam com o treinamento, isto leva a um plano de separabilidade que não necessariamente passa pelo ponto de referência que é indicado pelo valor de “Q hidrostático” definido na primeira rede de duas entradas ou no sistema Q.

Para trabalhos futuros, sugere-se um novo tipo de treinamento para a rede que não mude o ponto inicial do plano de separabilidade, mas apenas a direção do vetor normal deste plano. Desta forma será possível associar pesos aos três eixos que façam uma melhor separabilidade em diferentes valores do vão considerado.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Geólogo Mauricio Giambastiani, Professor da Universidad Nacional de La Rioja (Argentina), pelo apoio na obtenção de referências bibliográficas.

REFERÊNCIAS

- Barton, N. (1976) Recent experiences with the Q-system of tunnel support design. In: *Symposium on Exploration for Rock Engineering*, Johannesburg. p.107-117.
- Barton, N., Lien, R. e Lunde, J. (1974a) *Analysis of rock mass quality and support practice in tunneling, and a guide for estimating support requirements*. NGI Internal report 54206, 74p.
- Barton, N., Lien, R. e Lunde, J. (1974b) Engineering

- classification of rock masses for the design of tunnel support. *Rock Mechanics*, Vol.6, No.4, p.189-239.
- Cai, M. e Kaiser, P. (2006) Visualization of rock mass classification systems. *Geotechnical & Geological Engineering*, Vol. 24, n. 4, p.1089-1102.
- Grimstad, E. e Barton, N. (1993) Updating the Q-System for NMT. *Proc. Int. Symp. on Sprayed Concrete - Modern use of wet mix sprayed concrete for underground support*, Fagernes, (eds Kompen, Opsahl and Berg). Oslo: Norwegian Concrete Assn.
- Hagan, M.T.; Demuth, H.B.; Beale, M.H. e Jesús, O. (2014) *Neural Network Design*. 2nd. Edition. Disponível em: <<http://hagan.okstate.edu/nnd.html>>. Acesso em: 3 maio 2018.
- Leithold, L. (1994) *O cálculo com geometria analítica*. 3a. Edição. São Paulo: Editora Harbra Ltda. 2 Vol. 1178p.
- Lins, P.G.C. (2001) *Classificação de maciços rochosos: Uma abordagem por redes neurais*. Tese (Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. 175p.
- Looney, C.G. (1997) *Pattern recognition using neural networks: theory and algorithms for engineers and scientists*. Oxford University Press, New York. 458p.

APÊNDICE A

Para o desenvolvimento que se segue, se toma um sistema de referências ortogonal x, y, z ; onde $x = \log_{10}(RQD/J_n)$, $y = \log_{10}(J_r/J_a)$, $z = \log_{10}(J_w/SRF)$. O plano representado pela equação (6) intercepta o eixo x quando $y = \log_{10}(J_r/J_a) = 0$, $z = \log_{10}(J_w/SRF) = 0$, o que leva um valor de $x = \log_{10}(RQD/J_n) = \log_{10}(Q_h)$. De forma similar pode-se definir a interseção do plano com os outros eixos. A Figura A1 mostra a representação do plano de separabilidade definido a partir das interseções com os eixos coordenados.

Como hipótese a ser confirmada se toma que o vetor normal ao plano de separabilidade é definido por $[\log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h)]$, que possui versor $[1 \ 1 \ 1]$, conforme representado na Figura A2.

Como o plano de separabilidade vai levar a função de transferência (*hardlim*) a valores unitários do lado da origem, o versor considerado será $[-1 \ -1 \ -1]$.

A coordenada z_0 do ponto $P_0(x_0, y_0, z_0)$ pode ser determinara considerando o plano normal ao

plano x - y que passa pela origem e contém o vetor $[\log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h)]$, representado na Figura A3. Por simples relações geométricas chega-se que $z_o = \log_{10}(Q_h)/3$. relações similares podem ser obtidas para x_o e y_o . Assim, chega-se que $P_o(x_o, y_o, z_o) = P_o(\log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3)$.

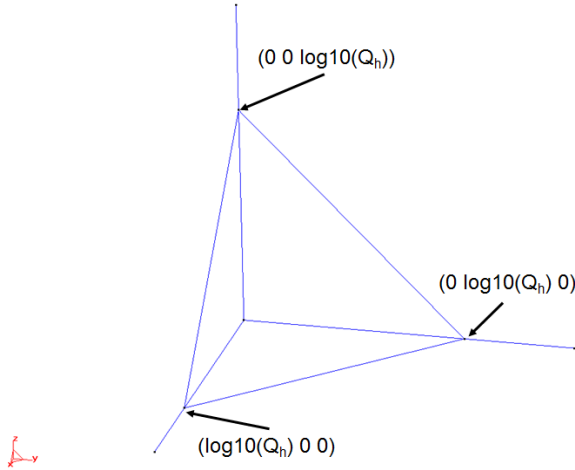


Figura A1. Plano de separabilidade definido a partir das interseções com os eixos coordenados.

Substituindo-se $x = \log_{10}(RQD/J_n)$, $y = \log_{10}(J_r/J_a)$, $z = \log_{10}(J_w/SRF)$; $[a_1 \ a_2 \ a_3] = [-1 \ -1 \ -1]$ e $P_o(x_o, y_o, z_o) = P_o(\log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3)$ na equação (7) que representa a forma padrão do plano, chega-se a:

$$\begin{aligned} & -1 \cdot \left(\log_{10} \left(\frac{RQD}{J_n} \right) - \frac{\log_{10}(Q_h)}{3} \right) \\ & -1 \cdot \left(\log_{10} \left(\frac{J_r}{J_a} \right) - \frac{\log_{10}(Q_h)}{3} \right) \\ & -1 \cdot \left(\log_{10} \left(\frac{J_w}{SRF} \right) - \frac{\log_{10}(Q_h)}{3} \right) = 0 \end{aligned} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} & -1 \cdot \log_{10} \left(\frac{RQD}{J_n} \right) - 1 \cdot \log_{10} \left(\frac{J_r}{J_a} \right) - 1 \cdot \log_{10} \left(\frac{J_w}{SRF} \right) \\ & + 3 \cdot \frac{\log_{10}(Q_h)}{3} = 0 \end{aligned} \quad (A2)$$

A equação (A2) é a mesma equação (8).

Mudando-se de lado alguns termos da equação (A2) e simplificando chega-se a:

$$\log_{10}(Q) = \log_{10} \left(\frac{RQD}{J_n} \right) + \log_{10} \left(\frac{J_r}{J_a} \right) + \log_{10} \left(\frac{J_w}{SRF} \right) \quad (A3)$$

A equação (A3) é a mesma equação (6). De onde se confirma a hipótese de que o vetor $[\log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h) \log_{10}(Q_h)]$ é normal ao plano de separabilidade e que o ponto $P_o(x_o, y_o, z_o) = P_o(\log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3 \log_{10}(Q_h)/3)$.

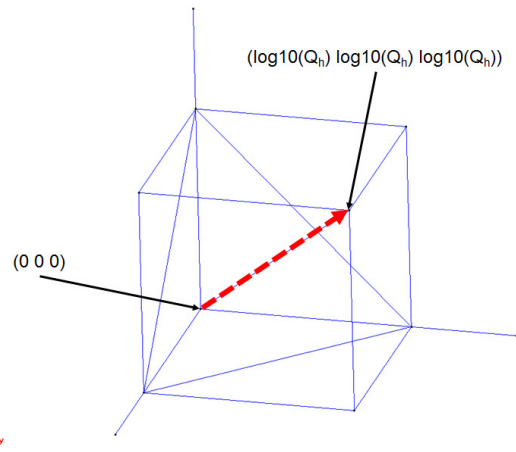


Figura A2. Vetor normal ao plano de separabilidade.

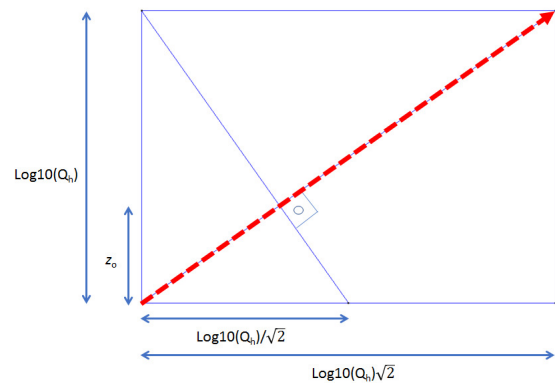


Figura A3. Determinação da coordenada z_o da interseção do vetor normal ao plano de separabilidade com o próprio plano de separabilidade.

APÊNDICE B

Código Matlab para treinamento do perceptron

com duas entradas.

```
% Treinamento de um perceptron simples (2D)
% Base de dados Barton et al. (1974)
clear
P = [0.796359    ...    0.038408; ...
0.411805    ...    0.548878];
T = [1    ...    1];
plotpv(P,T);
net = newp([0.0 1.0;0.0 1.0],1);
plotpv(P,T);
net.IW{1}=[-2.4/(2-log10(0.75)) 1.0];
net.b{1}=-(log10(2.0)-log10(0.75)-1.2)/(2-
log10(0.75));
plotpc(net.IW{1},net.b{1});
net = train(net,P,T);
plotpc(net.IW{1},net.b{1});
net.IW{1}
net.b{1}
```

APÊNDICE C

Código Matlab para treinamento do perceptron
com três entradas.

```
% treinamento de um perceptron simples (3D)
% Base de dados Barton et al. (1974), De entre
8 e 10 m
clear
P = [1.698970004 ... 0.744727495; ...
0 0.176091259 ... 0; ...
-0.476253533 ... -0.004364805];
T = [0 ... 1];
plotpv(P,T);
net = newp([-0.78 2.31;-1.61 0.83; -2.61
0.31],1);
plotpv(P,T);
net.IW{1}=[-1.0 -1.0 -1.0];
net.b{1}=log10((10.0/2)^(1/0.4));
plotpc(net.IW{1},net.b{1});
net = train(net,P,T);
plotpc(net.IW{1},net.b{1});
net.IW{1}
net.b{1}
```